

УДК 65.012.123

DOI: 10.32342/2074-5354-2022-2-57-14

Г.А. МАЖАРА,
*PhD з економіки, старший викладач кафедри економічної кібернетики,
 Національний технічний університет України
 «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ (Україна)
<https://orcid.org/0000-0002-1860-756X>*

ПРИНЦИП КОГНІТИВНОЇ ІЄРАРХІЇ ПРИ ПРИЙНЯТТІ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ТА КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ

Метою статті є аналіз методів k -рівнів та когнітивної ієрархії, їх апробація та застосування для розв'язання різних проблем індивідуального та колективного характеру за допомогою прикладного експерименту. Поставлено завдання: провести аналіз декілька разів та у різні часові проміжки, в декілька ітерацій. Додатково досліджено такі ефекти, як кооперація та додаткова інформація за рахунок того, що, окрім індивідуального прийняття рішень за умови асиметричної інформації, також було запропоновано провести другу спробу після того, як усі почули переможців та результати першої спроби, тобто інформація була симетричною та доступна для всіх. При третій спробі запропоновано об'єднатися у будь-які групи та приймати колективні рішення. Експеримент був проведений за допомогою різних сформованих груп. Обрано студентів профільної галузі освіти різних років навчання та науково-педагогічних працівників за фаховою освітою (кандидатів і докторів економічних, технічних та фізико-математичних наук). Для дослідження було обрано та побудовано дві моделі для k -рівнів: $k - LR$ та когнітивної ієрархії: CH . Хоча моделі й схожі, вони мають свої відмінності. Необхідно було порівняти показники моделей з тими, що будуть отримані на практиці, та довести чи спростувати актуальність їх використання при оцінці прийняття рішень. Здійснено експеримент, зібрано дані та проведено їх аналіз за допомогою обрахунку та порівняння експериментальних та модельних даних. У результаті встановлено, що експериментальні результати наближені до моделі CH , а не до моделі $k-LR$. Такі фактори, як інформованість та кооперація збільшують кількість гравців більш високого (глибокого) рівня за рахунок гравців більш низького рівня. Зміни від інформованості чи кооперації відбулися, але не є суттєвими, і лише наблизили експериментальні результати до точки збіжності з модельними, що ще раз підкреслює можливість використання даної моделі за різних обставин. За таких обставин, як інформованість або кооперація, не було знайдено оптимального розв'язку (сідлової точки) за чистих стратегій, за Нешем та Парето. Це досить важливо, адже навіть за очевидного розв'язку моделі вона не завжди може бути розв'язана за «класичними» теоріями та рівновагами, а поведінка людей описується більш складними когнітивними процесами у прийнятті рішень та дослідженні операцій, що може бути використано для економічного аналізу в майбутньому.

Ключові слова: поведінкова економіка, прийняття рішень, теорія ігор, рівноваги, метод k -рівнів, принцип когнітивної ієрархії.

Вступ. Сутність некооперативної теорії ігор полягає у визначенні оптимальної (у тому чи іншому сенсі) ситуації гри (набір стратегій гравців) в умовах конфлікту. Стратегією гравця називається сукупність правил, що обумовлюють вибір його дій при кожному особистому

ході залежно від наявної ситуації. Під конфліктом розуміється ситуація, в якій стикаються інтереси двох чи більше сторін, які переслідують різні (інколи протилежні) цілі. Кожна зі сторін – учасник конфліктних ситуацій може у певний спосіб впливати на хід подій, але не має

змоги повністю ним керувати. Оптимальні стратегії гравців гарантують кожному з них якийсь вигравш, причому такий, що відхід будь-якого з учасників від узгодженої стратегії може тільки зменшити його вигравш. Для того, щоб вирішити гру або знайти розв'язання гри, необхідно для кожного гравця обрати стратегію, яка б відповідала умові оптимальності. Такі стратегії називаються оптимальними. Але чи дійсно гравці завжди обирають оптимальні стратегії, навіть коли вони відомі? Чи дійсно гравці діють індивідуально і не зважаючи один на одного? А що робити у разі інтегральних показників чи інтегральних моделей?

Найважливішим завданням теорії ігор є створення та використання моделей з найкращою передбачуваною здатністю. Принцип когнітивної ієрархії був запропонований саме з цією метою. Тому розглянемо, чи дійсно теорія ігор правильно відображає поведінку агентів і чи притримуються ці агенти загальноновстановлених правил поведінки.

Аналіз досліджень та постановка завдання. Принцип когнітивної ієрархії та k -рівневого міркування (k – level reasoning, k – LR) був запропонований ще у 90-х роках минулого сторіччя Сталем і Вілсоном [1], Найджелом [2], Арадом та Рубенштейном [3] та набув розвитку завдяки вченим із Гарварду, Барклі, Пітсбургу, Стенфорду [4; 6; 7; 8]. Тема популярна й зараз, актуальні дослідження опубліковані Т.Н. Суй [9], Sarkar [10], Rasooly [11], Netter [12].

Метою статті є аналіз методів k -рівнів та когнітивної ієрархії, їх апробація та застосування для розв'язання різних проблем індивідуального та колективного характеру за допомогою прикладного експерименту.

Результати дослідження. Загальне поняття принципу когнітивної ієрархії має таке формулювання. Стандартна k -рівнева модель передбачає, що гравці поділяються на типи, що відрізняються за глибиною стратегічного мислення. Гравець рівня 0, як правило, не має продуманої стратегії і діє навмання, але іно-

ді залежно від правил гри він вважає за краще дотримуватися найбільш наївної стратегії. У той самий час гравець рівня k ($k \geq 1$) обирає свою стратегію, виходячи з припущення, що його суперник належить до рівня $k - 1$. Отже, гравці можуть завжди обирати найкращу відповідь, але їхні дії та поведінка супротивників можуть бути не узгоджені між собою.

Таким чином, k – LR моделі характеризуються поведінкою гравця рівня 0, що є стартовою точкою для ітеративного мислення, та розподілом типів гравців.

Типове дослідження концепції k – LR складається зі збору експериментальних даних для конкретної гри з наступним налаштуванням на них даної моделі.

Когнітивна ієрархія (cognitive hierarchy, CH) – модифікована когнітивна ієрархія (cognitive hierarchy, CH) [8] – інша подібна варіація k – LR моделі, призначена для врахування гаданого ітеративного процесу мислення людей.

На відміну від k -рівневого мислення, у CH гравець рівня k при виборі стратегії враховує не лише гравців рівня $k - 1$, а й гравців усіх менших рівнів. Імовірність зустріти гравця свого ж рівня виключається. Як правило, вважається, що рівні мають пуассонівський розподіл із параметром $\tau > 0$ – середнім рівнем мислення гравців:

$$f(k) = e^{-\tau} \frac{\tau^k}{k!} \quad (1)$$

У даній моделі стратегії за рівнями шукаються рекурентно: гравець рівня 0 рівно-ймовірно обирає кожну дію, гравець рівня 1 оптимально відповідає на стратегію гравця рівня 0, гравець рівня 2 обирає оптимальну відповідь, виходячи з думки, що йому зустрінуться гравці рівнів 0 та 1 відповідно до нормалізованого розподілу Пуассона і т.д. Якщо для якогось рівня існує кілька оптимальних чистих стратегій, всі вони беруться з однаковою ймовірністю.

Аналогічно моделі k -рівневого мислення модель когнітивної ієрархії ха-

рактизується вибором параметра τ та поведінкою гравця рівня 0 моделі, призначена для врахування гаданого ітеративного процесу мислення людей.

Надалі будемо розглядати лише модифікований підхід – а саме когнітивну ієрархію.

Вже «класична» для даного напряму гра «11-20» часто обирається для цього моделювання, як було зазначено раніше, наприклад, у праці Рубінштейна. Нагадаємо її правила: за правилами «11 – 20» обидва гравці називають цілу кількість очок між 11 і 20, яку вони хочуть отримати. Один із гравців отримає також додаткові 20 очок у тому випадку, якщо він запросить рівно на одне очко менше, ніж його суперник. Це дуже проста і зрозуміла гра. У грі «11 – 20» відсутня рівновага Неша у чистих стратегіях, але існує рівновага у змішаних стратегіях, де лише стратегії 15 – 20 обираються із додатними ймовірностями. Але цей експеримент має ряд недоліків, наприклад, не має чистої стратегії у розв'язку, не має розв'язку, за Нешем та Парето, має дуже обмежену кількість стратегій та варіантів прийняття рішень.

Саме тому було обрано іншу самостійну гру для експерименту з такими правилами: гравці $n \in \{1..N\}$ обирають число від 0 до 100, $k_n \in \{0..100\}$. Виграє той, хто буде найближчим до результату, що складає $2/3$ від середнього арифметичного усіх чисел гравців, тобто:

$$\frac{2}{3} \sum_{n=1}^N k_n \quad (2)$$

де,

N – кількість гравців;

k_n – «загадане» число n -гравця.

Її переваги:

1. Варіантів прийняття рішень збільшено з 10 до 100.

2. Більша кількість варіантів стратегій, що змінюються у часі або з декількома «фазами» гри.

3. Існує раціональний розв'язок із сідовою точкою за чистими стратегіями, за критерієм Неша та Парето – це точка 0.

4. Може бути легко адаптована до прикладної економічної задачі. Наприклад, розглянемо гру «Вхід на ринок» («Олігополія Курно» за n гравців), в якій n гравців одночасно вирішують, чи виходити на ринок з відомим попитом d , де $d < n$.

5. Для експериментальних значень також важливо було надати мотивацію учасникам, щоб нівелювати похибку, обумовлену тим, що вони банально не хотіли б мислити та виграти.

Зробимо теоретичні розрахунки для двох методів, занесемо їх до таблиці та порівняємо з експериментальними значеннями.

Пояснимо декілька рівнів: рівень 0 – випадковим чином (через різні обставини) обирає число, таким чином, математичне сподівання цього буде 50. Так, наприклад, для $k - LR$, рівень 1, число може бути будь-яким в діапазоні від 0 до 100, тоді середньоарифметичне буде $50/3$, це 33,3, тобто рівень 2. Це означає, що усі гравці першого рівня орієнтуються на число 33,3 та знаходять $2/3$ від нього – це 22,2, рівень 2 – 14,8. Усі наступні рівні будуть й надалі збігатись все ближче до 0.

Для CH , 0 та 1 рівні будуть такими самими, але вже на рівні 2 будуть відмінності, на протигагу $k - LR$. Рівень 2 не вважає, що усі міркують за принципом рівня 1, а є ті, хто міркує за принципом рівня 0, та частка тих, хто міркує за принципом рівня 1, причому на кожному наступному рівні кількість міркуючих зменшується за пуассонівським розподілом, тому й збіжність методу не у точці 0, а \sim у точці 21.

Побудуємо таблицю, в яку занесемо результати двох методів дослідження k -рівнів (табл. 1):

Таким чином, можна побачити суттєву відмінність цих двох методів та підходів.

Для того, щоб зробити висновок, про те, який метод більше відповідає реальності і може бути застосований на практиці, проведемо експеримент.

Експеримент проводили для студентів економічного факультету I–IV курсів профільного (економічна кібернетика) та суміжного (економіка) напрямів навчання, у різні роки. В експерименті взяли участь 120

студентів з 8 груп і група викладачів у кількості 10 осіб. У табл. 2 наведено результати дослідження однієї з груп студентів:

У табл. 3 наведемо результати усіх груп студентів.

Таблиця 1

Побудова k -рівнів для гри за двома методами

k -рівень	$k - LR$	CH
0	50	50
1	33,3	33
2	22,2	26
3	14,8	23
4	9,9	22
5	6,6	21

Таблиця 2

Результати однієї з груп студентів

№ з/п	Етап 1	Етап 2	Етап 3
1	51	30	59
2	33	23	30
3	23	20	32
4	22	17	19
5	36	35	24
6	50	33	33
7	50	42	30
8	36	20	50
9	55	33	44
10	5	7	6
11	10	20	4
12	3	99	78
13	35	20	37

Таблиця 3

Результати дослідження всіх груп студентів

Курс	Етап 1	Етап 2
III	33,9	26,2
I	21,0	20,5
III	20,7	19,1
I	29,5	28,3
IV	33,0	32,8
I	35,6	21,5
I	17,0	19,6
I	12,9	24,4

Закономірності щодо курсу чи профільності виявлено не було, тому результати надаються узагальнено. Окрім індивідуального прийняття рішень за умови асиметричної інформації (спроба 1), також було запропоновано провести другу спробу, після того, як усі почули переможців і результати першої спроби, тобто інформація була симетрична та доступна для всіх. Здійснено і третю спробу, де було запропоновано об'єднатися у будь-які групи та приймати колективні рішення. Узагальнені результати експерименту за групами студентів: перша спроба – 25,4; друга спроба – 24,1; третя спроба – 22,4. Результати викладачів: перша спроба – 22,7, друга спроба – 21,7.

Отже, можна констатувати, що:

- Експериментальні результати наближені до моделі *СН*, а не до моделі *k – LR*.

- Інформованість збільшила кількість гравців більш високого (глибокого) рівня за рахунок гравців більш низького рівня.

- Кооперація збільшила кількість гравців більш високого (глибокого) рівня за рахунок гравців більш низького рівня.

- Зміни від інформованості чи кооперації відбулися, але не є суттєвими, вони лише наблизилися до точки збіжності, що ще раз підкреслює можливість використання даної моделі за різних обставин.

- Викладачам (більш досвідченим гравцям) знадобилося менше часу, щоб дійти до точки збіжності моделі *СН*.

- За жодних обставин, таких як інформованість або кооперація, не було знайдено оптимального розв'язку (сід-

лової точки) стосовно чистих стратегій, за Нешем та Парето. Цей пункт є досить важливим, адже він доводить, що навіть за очевидного розв'язку моделі вона не завжди може бути розв'язана за «класичними» теоріями та рівновагами, а поведінка людей описується більш складними когнітивними процесами у прийнятті рішень та дослідженні операцій.

Висновки. Застосований в дослідженні аналіз методів *k*-рівнів та когнітивної ієрархії, його апробація та використання для розв'язання різних проблем індивідуального та колективного характеру за допомогою прикладного експерименту став основою побудови двох моделей для *k*-рівнів: *k – LR* та когнітивної ієрархії: *СН*. Було проведено експеримент, що відрізняється від загальноприйнятого, зібрано дані та проаналізовано їх.

Запропонована модель поведінки, що базується на теорії когнітивної ієрархії, може бути використана для передбачення поведінки контрагентів у ланцюгу збуту. Використання результатів дослідження перспективне для компаній, що займаються збутом товарів у будь-якій кількості, а також для врахування їх можливої взаємної кооперації. Така модель надає компаніям з різним рівнем здатності до стратегічного мислення формувати різнопланові уявлення про потенціал інших гравців при формуванні ціни збуту. Окрім цього, поведінкова модель дозволяє використовувати різні передбачення залежно від обраного рівня, враховувати взаємні підходи, ступінь інформованості, а також надає інші, відмінні від неокласичних підходів, шляхи розв'язання питань економічного аналізу.

Список використаної літератури

1. Stahl D., Wilson P. Experimental evidence on players' models of other players // Journal of Economic Behavior and Organization. 1994. V. 25, № 3. P. 309–327.
2. Nagel R. Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study // American Economic Review. 1995. V. 85, № 5. P. 1313–1326.
3. Arad A., Rubinstein A. The 11-20 Money Request Game: A Level-k Reasoning Study // American Economic Review. 2012. V. 102, № 7. P. 3561–3573.
4. Joe Swierzbinski and Chris Proulx, "Does Maximin Work? An Experimental Study," Economic Journal, CXI (2001), 445–464.

5. Lindner F., Sutter M. Level-k reasoning and time pressure in the 11-20 money request game. *Working Papers in Economics and Statistics*. 2013. № 13. P. 1–18.
6. Camerer C.F., Teck-Hua H., Juin-Kuan Ch. A Cognitive Hierarchy Model of Games // *Quarterly Journal of Economics*. 2004. V. 119, № 3. P. 861–898.
7. Li K.K., Rong K. Choices in the 11-20 Game: The Role of Risk Aversion. *Games*. 2016. V. 9, № 3. P. 1–14.
8. Cui T.H., Zhang, Y. Cognitive hierarchy in capacity allocation games. *Management Science*. 2018. № 64(3). P. 1250-1270.
9. Sarkar, Atrisha, Kate Larson, and Krzysztof Czarnecki. “Generalized dynamic cognitive hierarchy models for strategic driving behavior.” *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Vol. 36. № 5. 2022.
10. Rasooly, Itzhak. “Going... going... wrong: a test of the level-k (and cognitive hierarchy) models of bidding behaviour.” *arXiv preprint arXiv:2111.05686* (2021).
11. Netter, Josh, George P. Kontoudis, and Kyriakos G. Vamvoudakis. “Bounded rational RRT-QX: Multi-agent motion planning in dynamic human-like environments using cognitive hierarchy and Q-learning.” *2021 60th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2021.

References

1. Stahl D., Wilson P. (1994) Experimental evidence on players' models of other players, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 25, no. 3, pp. 309–327.
2. Nagel R. (1995) Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study. *American Economic Review*, Vol. 85, no 5, pp. 1313–1326.
3. Arad A., Rubinstein A. (2012) The 11-20 Money Request Game: A Level-k Reasoning Study. *American Economic Review*, 2012, Vol. 102, no. 7, pp. 3561–3573.
4. Joe Swierzbinski and, Chris Proulx (2001) Does Maximin Work? An Experimental Study, *Economic Journal*, pp. 445-464.
5. Lindner F., Sutter M. (2013) Level-k reasoning and time pressure in the 11-20 money request game. *Working Papers in Economics and Statistics*, no. 2013–13, pp. 1-18.
6. Camerer C.F., Teck-Hua H., Juin-Kuan Ch. (2004) A Cognitive Hierarchy Model of Games. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 119, no 3, pp. 861–898.
7. Li K.K., Rong K. (2016) Choices in the 11-20 Game: The Role of Risk Aversion. *Games*, Vol. 9, no. 3, pp. 1–14.
8. Cui T. H., Zhang, Y. (2018) Cognitive hierarchy in capacity allocation games. *Management Science*, no. 64(3), pp. 1250-1270.
9. Sarkar, Atrisha, Kate Larson, and Krzysztof Czarnecki (2022) Generalized dynamic cognitive hierarchy models for strategic driving behavior, *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 36, no. 5, pp 5173-5182.
10. Rasooly, Itzhak (2021) “Going... going... wrong: a test of the level-k (and cognitive hierarchy) models of bidding behaviour.” *arXiv preprint arXiv:2111.05686*.
11. Netter, Josh, George P. Kontoudis, and Kyriakos G. Vamvoudakis. (2021) Bounded rational RRT-QX: Multi-agent motion planning in dynamic human-like environments using cognitive hierarchy and Q-learning. *60th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE.

THE PRINCIPLE OF COGNITIVE HIERARCHY IN MAKING INDIVIDUAL AND COLLECTIVE DECISIONS

Glib A. Mazhara, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv (Ukraine).

E-mail: SkyDoor13@gmail.com

DOI: 10.32342/2074-5354-2022-2-57-14

Key words: Behavioral economics, decision making, game theory, equilibria, k-levels method, principle of cognitive hierarchy.

The purpose of this study was to analyze the methods of k -levels and cognitive hierarchy, their approbation and application to solve various problems of an individual and collective nature with the help of an applied experiment. The task was to conduct the analysis several times and in different time frames, in several iterations. Effects such as cooperation and additional information were additionally investigated since in addition to individual decision-making under conditions of asymmetric information, a second attempt was also offered, after everyone heard the winners and heard the results of the first attempt, i.e., the information was symmetrical and available to everyone. At the third attempt, it was suggested to join any groups and make collective decisions. The experiment was conducted on the basis of differently formed groups. Students of specialized fields of education of various years of study, and scientific and pedagogical workers with professional education (candidates and doctors of economic, technical, physical and mathematical sciences) were selected. Two models for k -levels, k -LR and cognitive hierarchy (CH), were chosen and built for the study. Although the models are similar, they have some differences. The goal was to compare the indicators of the models with those that will be obtained in practice, and to prove or disprove the relevance of their use in decision-making evaluation. An experiment was conducted, data were collected, and their analysis was carried out by calculating and comparing experimental and model data. As a result, it was established that the experimental results were close to the CH model and not to the k -LR model. Factors such as awareness and cooperation increased the number of higher (deeper) level players at the expense of lower-level players. Changes due to awareness or cooperation occurred, but were not significant, and only brought the experimental results closer to the point of convergence with the model ones, which once again emphasized the possibility of using this model in different circumstances. Under circumstances such as information or cooperation, no optimal solution (saddle point) was found under pure strategies, according to Nash and Pareto. This finding is especially promising for the future economic analysis since it proves that even with an obvious solution to the model, it cannot always be solved according to “classical” theories and equilibrium, and people’s behavior is described by more complex cognitive processes in decision-making and operations research.

Одержано 7.09.2022.