

УДК 339.9

В.К. ГАЛИЦИН, доктор економічних наук професор
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»,

О.П. СУСЛОВ, доктор економічних наук професор
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»,

О.М. МЕЗЕНЦЕВ, кандидат економічних наук, доцент
ПВНЗ «Європейський університет»

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ КРИЗОВОГО СТАНУ ВАЛЮТНОГО РИНКУ

Розроблено мультифрактальну модель кризового стану валютного ринку та доведено, що зміна фрактальних властивостей часового ряду є індикатором валютної кризи. На основі розрахунків локального коефіцієнта Херста показано, що зменшення його величини є фрактальним індикатором-передвісником валютної кризи.

Ключові слова: *модель, валютний ринок, часовий ряд, мультифрактальність, самоподібність, тренд, спектр.*

Вступ. Поняття валютного ринку включає в себе різноманіття фінансових інструментів та інститутів, органів регулювання та інших учасників, які чинять різноспрямований вплив на динаміку валютного курсу, що призводить до його мінливості, яка, у свою чергу, є основною причиною його невизначеності.

Закономірності розвитку валютної системи відображають основні етапи розвитку національного і світового господарства. Разом з тим періодично виникає невідповідність функціонування світової валютної системи змінам у структурі світового господарства, що призводить до виникнення кризи цієї системи. Під кризою світової валютної системи розуміють загострення валютних протиріч, різке порушення її функціонування, що проявляється у невідповідності структурних принципів організації світового валютного механізму зміненню умовам виробництва.

Загальновідомо, що на сьогодні у світовій економіці сформувався ряд серйозних дисбалансів, які можуть впливати не лише на економіки тих країн, де вони ви-

никають, але й на інші країни, підриваючи тим самим їх фінансову стабільність, що може, зрештою, призвести до розгортання фінансової кризи.

Численні наукові дослідження довели, що періоди фінансової нестабільності, які передують кризі, можуть мати спільні основні елементи. Тому через великі втрати, які несе економіка у результаті фінансових криз, дослідники зосередилися на розробці моделей прогнозування можливих змін на валютному ринку з метою передбачення критичних та кризових явищ і реагування на них належним чином.

Аналіз досліджень і публікацій з проблеми. Теорія ефективного ринку, яка досить довго домінувала (а іноді використовується практиками і сьогодні) у середовищі фінансових аналітиків і практиків, основною метою вважає пояснення статистичної структури ринків. Головніми положеннями цієї парадигми є такі:

– цінові коливання узгоджуються з теорією випадкових блукань і розподілені за нормальним законом;

– майбутні зміни цін не можуть бути виведені з попередніх, тобто поточні ціни враховують усю необхідну інформацію і «не пам'ятають» минулого.

Зрозуміло, що ця теорія не в змозі пояснити довгих хвостів розподілу цінних флуктуацій, кластеризації волатильності [1] і причин кризових явищ [2–5]. Тому на зміну теорії ефективного ринку прийшла модель мультифрактального ринку, в якій передбачається, що на ринку співіснують агенти з різними стратегіями, які працюють у різних часових проміжках, з різними обсягами, а цінова динаміка при цьому подібна за різних масштабів, тобто є самоподібною [6–8].

Найбільш загальний опис природи самоподібних об'єктів дозволяє зробити теорія мультифракталів, які характеризуються нескінченною ієрархією розмірностей, що дозволяє відрізнити однорідні об'єкти від неоднорідних [9]. Концепція мультифрактального формалізму [6] дає ефективний інструмент для вивчення і кількісного опису широкого різноманіття складних систем [10].

Метою статті є моделювання процесу прогнозування кризового стану валютного ринку на основі теорії мультифракталів.

Виклад основного матеріалу. Носієм мультифрактальної міри є множина L – об'єднання фрактальних підмножин L_α . Тобто мультифрактал можна розуміти як об'єднання різних однорідних фрактальних підмножин L_α початкової множини L , кожна з яких має власне значення фрактальної розмірності.

Для характеристики мультифрактальної множини використовують так звану функцію мультифрактального спектра $f(\alpha)$ – спектр сингулярностей мультифрактала. Величина $f(\alpha)$ фактично дорівнює хаусдорфовій розмірності однорідної фрактальної підмножини L_α , яка робить домінуючий внесок у деяку статистичну суму – моменту порядку q .

Крім того, для опису мультифрактала використовують узагальнені фрактальні розмірності D_q , які визначаються співвідношенням:

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 1} \frac{1}{q-1} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln r}, \quad (1)$$

де p_i – вірогідність потрапляння випадкової величини в деякий діапазон r .

Співвідношення між D_q і показниками q і r має вигляд:

$$\tau(q) = (1-q)D_q. \quad (2)$$

Функції $f(\alpha)$ і $\tau(q)$ пов'язані між собою співвідношенням,

$$\tau(q) = f(\alpha - q\alpha), \quad (3)$$

де α як функція від q визначається з розв'язку рівняння:

$$\frac{d}{d\alpha}(q\alpha - f(\alpha)) = 0. \quad (4)$$

І навпаки, якщо відомий показник мультифрактального скейлінгу $\tau(q)$, то мультифрактальний спектр може бути знайдено за формулою:

$$f(\alpha(q)) = \tau(q) + q\alpha(q), \quad (5)$$

де $\alpha(q) = -\frac{d\tau(q)}{dq}$.

Це співвідношення задає криву $f(\alpha)$ параметрично, тобто як функцію від параметра q , і є перетворенням Лежандра від змінних q і τ до змінних α і f .

Мультифрактальний спектр для обраного часового ряду знаходиться за допомогою мультифрактального аналізу детрендованих флуктуацій [11]. Сутність його зводиться до послідовності певних кроків.

Спочатку з ряду $x(k), k = 0, 1, 2, \dots, N$ виділяється так званий флуктуаційний профіль:

$$y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}]. \quad (6)$$

Далі одержані значення поділяються на сегменти довжиною s , які не перетинаються, а загальне їх число дорівнює цілому значенню $N_s = [N/s]$. Оскільки довжина ряду не завжди кратна шкалі s , то у загальному випадку останній проміжок містить кількість точок, меншу за s . При

цьому процедура поділу на сегменти повторюється, починаючи з протилежного кінця ряду. Отже, загальне число сегментів дорівнює $2N_s$.

Оскільки флуктуації випадкової величини $y(i)$ внаслідок наявності тренду відбуваються навколо значення $y_v(i) \neq 0$, то далі виділяється для кожного сегмента локальний тренд $y_v(i)$. Для цього можна використати метод найменших квадратів, представляючи тренд $y_v(i)$ поліномом, ступінь якого обирається таким чином, щоб забезпечити інтерполяцію з похибкою, що не перевищує задану величину.

На наступному кроці обчислюється дисперсія:

$$\Omega(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^2 \quad (7)$$

для сегментів $v = 1, \dots, N_s$ у прямому напрямі та відповідне значення:

$$\Omega(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(N-(v-N_s)s+i] - y_v(i)\}^2 \quad (8)$$

для зворотної послідовності:

$$v = N_s + 1, \dots, 2N_s.$$

Наступним кроком є введення так званої деформованої дисперсії

$$\Omega_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N} \sum_{v=1}^{2N_s} [\Omega(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad (9)$$

яка знаходиться шляхом піднесення виразів (8) і (9) до ступеня q з наступним усередненням за усіма сегментами. При $q = 0$ рівність (9) призводить до невизначеності. У цьому випадку слід користуватися виразом:

$$\Omega_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_v^{2N_s} \ln[\Omega(v, s)] \right\}. \quad (10)$$

Якщо ряд, що досліджується, зводиться до самоподібної множини, то флуктуаційна функція $\Omega_q(s)$ зводиться до ступеневої залежності:

$$\Omega_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (11)$$

з узагальненим коефіцієнтом Херста $h(q)$.

З формул (9) і (10) маємо, що при $q = 2$ цей показник зводиться до загальноновідомого стандартного коефіцієнта Херста H . Для часових рядів, які відповідають монофрактальній множині, флуктуаційна функція $\Omega(v, s)$ однакова для всіх сегментів v , а узагальнений показник Херста $h(q) = H$ не залежить від параметра деформації q .

На рис. 1–4 наведено підтвердження мультифрактальної моделі для довільно обраної валюти – курсу британського фунта у відношенні до американського долара за період з початку 1971 р. до кінця березня 2010 р.

Рис. 1а свідчить про те, що часовий ряд є нестационарним динамічним рядом і містить періоди стрімких підйомів і спадів, які відповідають кризовим станам. Протягом цих періодів волатильність ринку зростає, що чітко проявляється на рис. 1б. При цьому кластери волатильності виходять за межі нормального закону ($\pm 3\sigma$), виділеного у смугу штриховими лініями.

Відсутність нормального закону розподілу для флуктуацій на валютному ринку підтверджує і рис. 2а, на якому гаусів розподіл (суцільна лінія) порівнюється з наявним для нормалізованих прибутковостей британським фунтом (gbp). Очевидно, що, на відміну від нормального розподілу, досить вірогідними є флуктуації, які значно (у цьому випадку більше ніж у три рази) перевищують $\pm 3\sigma$. Саме ці «довгі, або важкі, хвости» і містять кризові явища.

Рис. 2б свідчить про слабку персистентність досліджуваного часового ряду: коефіцієнт Херста H , розрахований методом аналізу детрендованих флуктуацій, дорівнює 0,55. Такий результат відповідає випадку $q = 2$ у процедурі мультифрактального аналізу детрендованих флуктуацій (6)–(11).

Застосування процедури мультифрактального аналізу (6)–(11) свідчить про мультифрактальність часового ряду (рис. 3). Дійсно, як функція мультифрактального спектра $f(\alpha)$ (рис. 3а), так і значення узагальненого коефіцієнта Херста $h(q)$ вказують на існуючий розподіл ко-

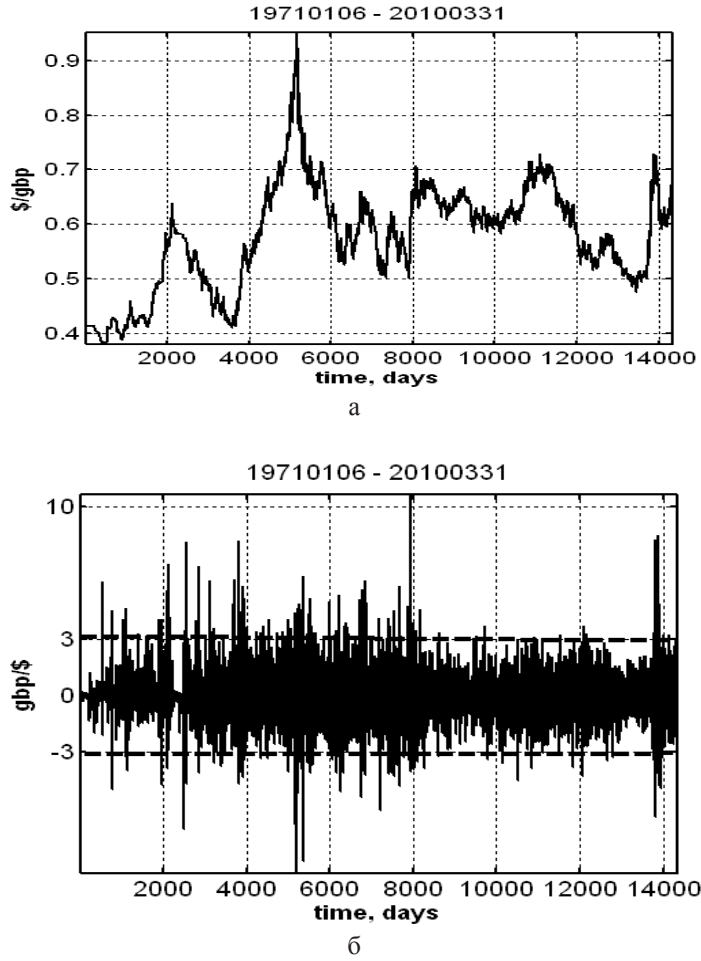


Рис. 1. Цінові коливання (а) і нормалізовані прибутковості (б) для курсу британського фунта

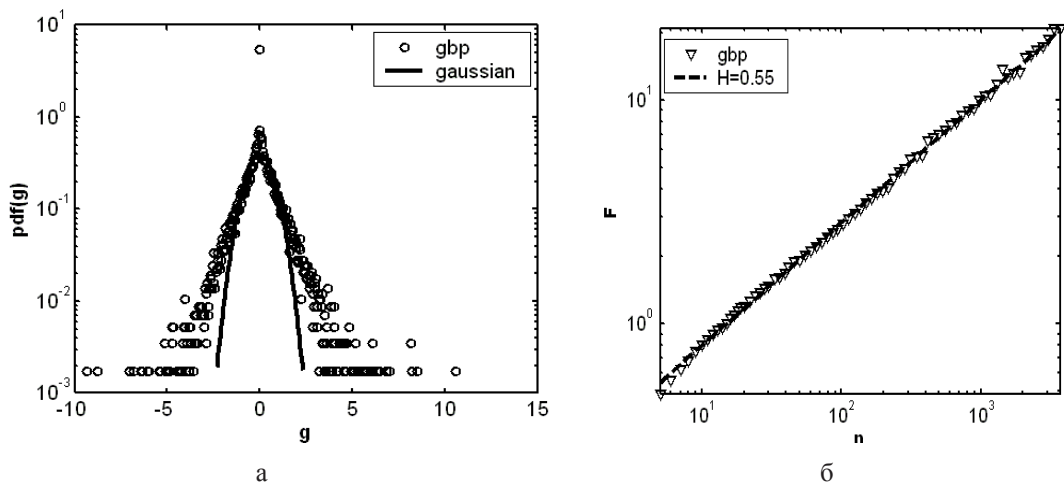


Рис. 2. Функція розподілу нормалізованих прибутковостей (а) і коефіцієнт Херста (б)

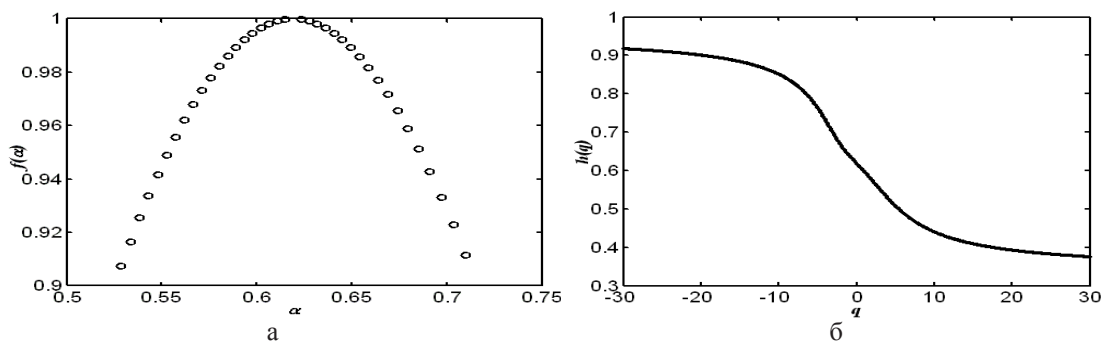


Рис. 3. Функція мультифрактального спектра $f(\alpha)$ і узагальненого коефіцієнта Херста $h(q)$

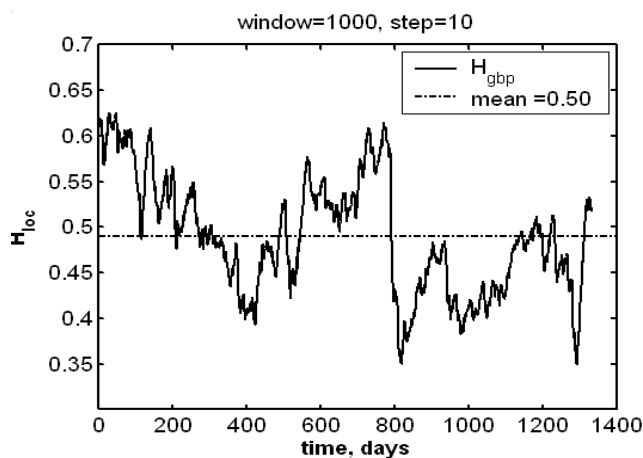


Рис. 4. Динаміка локального коефіцієнта Херста для курсу британської валюти

ефіцієнтів фрактальності ряду, тобто на мультифрактальність.

На рис. 4 показано, як коефіцієнт Херста знаходиться для послідовності рухомих вікон довжиною 1000 днів, які зміщуються з кроком у 10 днів.

З рис. 4 видно, що розрахований таким чином (локальний) коефіцієнт H для деяких часових проміжків помітно відхиляється від свого середнього значення ($H = 0,50$).

Цей факт може бути використаний для знаходження динаміки локального коефіцієнта Херста у період, який передувє валютній кризі, з метою побудови індикаторів і передвісників критичних та кризових явищ.

Висновок. Валютний ринок являє собою складну динамічну мультифрактальну систему, спектр мультифракталь-

ності якої змінюється у часі. З огляду на викладене, кризові явища на валютному ринку необхідно досліджувати у межах мультифрактальної моделі. При цьому, скоріш за все, слід очікувати характерних змін спектра мультифрактальності у період кризи.

Список використаних джерел

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: пер. с англ. / Э. Петерс. – М.: Мир, 2000. – 333 с.

2. Історичні значення валютних курсів ринку Форекс [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.oanda.com/convert/fxhistory>

3. Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды /

Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов, А.В. Подлазов. – М.: КомКнига, 2006. – 280 с.

4. Paul Krugman. The Return of Depression Economics and the Crisis of 2008 / Krugman Paul. – NY: W. W. Norton & Company, 2008. – 224 p.

5. Soros G. The New Paradigm for Financial Markets: The Credit Crisis of 2008 and What It Means / G. Soros. – NY: Public Affairs, 2008. – 162 p.

6. Божокин С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божокин, Д.А. Паршин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 128 с.

7. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов. – М.; Ижевск: Ин-т. компьютер. исслед., 2002. – 160 с.

8. Федер Е. Фракталы: пер с англ. / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.

9. Мандельброт Б. Непослушные рынки. Фрактальная революция в финансах / Б. Мандельброт, Р.Л. Хадсон; пер. с англ. А.Ю. Заякина. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 400 с.

10. Дербенцев В.Д. Синергетичні та економічні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем / В.Д. Дербенцев, О.А. Сердюк, В.М. Соловійов, О.Д. Шарпов. – Черкаси: Брама – Україна, 2010. – 300 с.

11. Олемский А.И. Мультифрактальный анализ временных рядов / А.И. Олемский, В.Н. Борисик, И.А. Шуда // Вісник СумДУ: Серія «Фізика, математика, механіка». – 2008. – № 2. – С. 70–81.

Разработана мультифрактальная модель кризисного состояния валютного рынка и доказано, что изменение фрактальных свойств временного ряда является индикатором валютного кризиса. На основе расчетов локального коэффициента Херста показано, что уменьшение его величины является фрактальным индикатором-предвестником валютного кризиса.

Ключевые слова: модель, валютный рынок, временной ряд, мультифрактальность, самоподобие, тренд, спектр.

Multifractal model of the crisis state of the currency market was constructed and proved that the fractal properties of time series is an indicator of a currency crisis. On the basis of calculations of the local Hurst coefficient is shown that the decrease of its value is a fractal precursor indicator of a currency crisis.

Key words: model, foreign exchange, time series, multifractality, self-similarity, trend, spectrum.

Одержано 24.09.2013.