

УДК 330.4:669.02

О.М. ЗБОРОВСЬКА, кандидат економічних наук, доцент
Дніпропетровського університету імені Альфреда Нобеля

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕЛИЧИН МАТЕРІАЛЬНИХ ПОТОКІВ МЕТАЛУРГІЙНОГО ПІДПРИЄМСТВА

У статті запропоновано економіко-математичну модель розрахунку максимального потоку матеріальних ресурсів між виділеними членами ринку на основі методу Форда – Фалкерсона. Простежено рух матеріальних потоків між учасниками ринку, визначено зв'язки між складовими процесу обігу матеріальних потоків.

Ключові слова: економіко-математичне моделювання, промислове підприємство, матеріальний потік, максимальний потік.

Вступ. Сьогодні існує велика кількість теоретичних праць та результатів практичної логістичної діяльності, які розглядають питання планування, управління і контролю потоків виробничої діяльності підприємств. Проблема визначення ефективності управління поточковими процесами маловивчена у науковій літературі, також неопрацьованою залишається проблема оцінки матеріальних потоків на промислових підприємствах. Ця проблема розглядалася в працях А.Г. Бутрина, М.Г. Гирі, А.Н. Єрмоловича, Ю. Райнхарда, Жака Ришара, Г.А. Семенова, Синка Д. Скотта, Л.В. Травкіна та ін. [1, 2, 4, 5, 7, 8, 10]. Ефективними вважають напрацювання щодо розрахунків потреб у матеріальних ресурсах та нормування їх витрат, а також нормування та управління запасами. Так, до відомих методів визначення економічних розмірів замовлення запасів належать методи: Андлера, Харісона або Уїлсона; моделі системи управління замовленням: з фіксованою кількістю; з нульовим дефіцитом; з резервним запасом; з фіксованим часом [3, 5]. Усі ці методи і моделі не потребують розроблення складних управлінських заходів і передбачають оцінку потреб підприємств у матеріальних запасах на наступний рік з їх доставкою. Тобто ці методи дають змогу визначити загальну величину запасів без встановлен-

ня запасів за операціями та дільницями. Управління ж матеріальними потоками на підприємстві здійснюється на основі «тягнучих» та «виштовхуючих» систем, які забезпечують більш гнучку координацію дій підрозділів підприємства і відштовхуються від факту відсутності надлишкового запасу, коли виробляється тільки необхідна кількість замовлення споживача і виробнича програма окремої технологічної ланки визначається розміром замовлення наступної ланки, коли в замовленні виникає необхідність.

Дослідження теоретичних та прикладних проблем руху матеріальних потоків внутрішньовиробничих логістичних систем зумовили постановку **мети статті**: знайти максимальний потік матеріальних ресурсів між виділеними членами ринку; простежити рух матеріальних потоків між учасниками ринку; виділити фіктивні зв'язки між складовими процесу обігу матеріальних потоків для вдосконалення системи зв'язків між виробником та споживачами.

Основний матеріал. Сформульовану мету подамо у вигляді вирішення задачі про максимальний потік в (s,t) – мережі. Для цього побудуємо (s,t) – мережу, якою рухається матеріальний потік, за умови відомих даних про кількість виготовленої продукції і кінцеве споживання. Опишемо процес побудови (s,t) – мережі за вихідними даними табл. 1. 3

кожною вершиною графа пов'яжемо учасника ринку: «*a*» – виробник; «*b*» – склад готової продукції; «*ТП1*, *ТП2*, *ТП3*» – транспортні вузли; «*c*, *d*, *e*, *g*, *f*, *k*» – споживачі. Для зручності всім вузлам мережі дамо свій власний номер. Джерелом *s* виступає виробник; як вузол *t* виступає учасник; «*h*» – кінцеве споживання. Кожна вершина графіка руху має вхідний і вихідний матеріальний потік. Кожен з цих потоків має пропускну здатність, яка залежно від виду ланки може бути виражена через обсяг: виробничої потужності; планової потреби (попиту) споживачів; місткості ринку.

Вхідним і вихідним потокам у табл. 1 відповідають позначення, пов'язані з парами вершин, що визначають початок і завершення відповідного потоку.

Так, наприклад, вхідний потік до складу готової продукції має позначення (*a*, *b*), оскільки початкову вершину цього потоку – ланку «виробництво» – позначено «*a*», а кінцеву вершину – ланку «склад готової продукції» – позначено «*b*».

Таке подання представлення інформації, що описує стан і потенціал мережі розподілу матеріального ресурсу, дозволяє фахівцям використовувати універсальний інструмент формалізованого подання стану мережі, який допомагає планувати не тільки обсяги поставок в мережу і нормативи стану запасу в її ланках, а й перспективні можливості розвитку і вдосконалення мережі розподілу матеріальних потоків.

Розглянемо мережу, що визначається графом $G = (U, V)$, де U – множина вершин, у тому числі єдине джере-

Таблиця 1

Кількісний опис руху товару в 2010 р. у мережі розподілу на ПАТ «Дніпровський металургійний комбінат ім. Дзержинського», тис. грн

Вершина		Вхідний потік		Вихідний потік	
Номер	Позначення	Пропускна здатність	Ребро	Пропускна здатність	Ребро
S	a	–	–	6087046	(a,b)
				1000208	(a,ТП1)
				1200400	(a,ТП2)
				120000	(a,ТП3)
1	b	6087046	(a,b)	804514	(b,ТП1)
				1004706	(b,ТП2)
				12000	(b,ТП3)
2	ТП1	1000208	(a,ТП1)	96725	(ТП1,c)
		804514	(b,ТП1)	201173	(ТП1,d)
				75118	(ТП1,e)
3	ТП2	1200400	(a,ТП2)	263004	(ТП2,g)
		1004706	(b,ТП2)	132448	(ТП2,f)
4	ТП3	120000	(a,ТП3)	123850	(ТП3,k)
		120000	(b,ТП3)		
5	c	96725	(ТП1,c)	107272	(c,h)
6	d	201173	(ТП1,d)	202500	(d,h)
7	e	75118	(ТП1,e)	76235	(e,h)
8	g	263004	(ТП2,g)	263004	(g,h)
9	f	132448	(ТП2,f)	140000	(f,h)
10	k	123850	(ТП3,k)	123850	(k,h)
T	h	107272	(c,h)	–	–
		202500	(d,h)		
		76235	(e,h)		
		263004	(g,h)		
		140000	(f,h)		
		123850	(k,h)		

ло s , єдиний стік t , V – множина ребер, що з'єднують вузли графа. На множині $V = \{(u_i, u_j) : u_i, u_j \in U\}$ визначена функція пропускної спроможності r_{ij} . Нехай інтенсивність джерела $d_s = d$. За теоремою існування потоку на мережі інтенсивність стоку має бути рівною $d_t = -d$. Допустимий потік для розглядуваної мережі визначається співвідношеннями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j:(s,j) \in V} x_{sj} = d, \\ \sum_{j:(i,j) \in V} x_{ij} - \sum_{k:(k,i) \in V} x_{ki} = 0, i \neq s, i \neq t, \\ - \sum_{k:(k,t) \in V} x_{kt} = -d, \\ 0 \leq x_{ij} \leq r_{ij}, (i, j) \in V. \end{array} \right. \quad (1)$$

Задача про максимальний потік полягає у знаходженні максимального значення інтенсивності d , за якого в розглядуваній мережі існує потік. Потік $x^* = \{x_{ij}^*, (i, j) \in V\}$, що відповідає максимальному значенню d^* інтенсивності, називається максимальним потоком, а d^* – величиною цього потоку.

У силу того, що мережі руху матеріального потоку, що розглядаються далі, містять не так багато вузлів, задачі про максимальний потік у мережі доцільно розв'язувати методом позначок Форда – Фалкерсона [9]. Крім того, результати розрахунків максимальних потоків на мережах за допомогою вказаного методу відображаються на мережі, що є зручним інструментом для подальшого дослідження і узагальнення задач, які розглядаються.

Розрізом мережі, що відокремлює s від t , називається множина дуг $V(C) = \{(i, j) \in V : i \in C, j \notin C\}$, де C – деяка множина вершин $C \subset U$ мережі, така, що $s \in C, t \notin C$.

Нагадаємо, що пропускна спроможність цього розрізу визначається звичайним чином:

$$r(C) = \sum_{(i,j) \in V(C)} r_{ij}. \quad (2)$$

Зрозуміло, що для кожної конкретної мережі вибір множини C повністю визначає пропускну спроможність розрізу. Розріз, що має найменшу пропуск-

ну спроможність, називається мінімальним. Задача пошуку такого розрізу називається задачею про мінімальний розріз.

Виявляється, що сформульовані задачі про максимальний потік і мінімальний розріз в (s, t) -мережі є двоїстими і, як слід очікувати, їх розв'язки тісно пов'язані між собою. Обґрунтування цього факту дає теорема Форда – Фалкерсона. Величина максимального потоку із s в t дорівнює пропускній спроможності мініимального розрізу, що відокремлює s від t .

Згідно з теоремою про максимальний потік та мінімальний розріз за відомим максимальним потоком $x^* = \{x_{ij}^*, (i, j) \in U\}$ легко побудувати мінімальний розріз $U(C^*)$. Крім того, якщо потік не є максимальним, то можливе його збільшення шляхом зміни потоку вздовж певного ланцюга. Ці факти лежать в основі методу Форда – Фалкерсона, що являє собою рекурентну процедуру, на кожному кроці якої позначаються вершини або будується потік більшої величини.

Алгоритм Форда – Фалкерсона розпочинає роботу з будь-якого припустимого потоку x^0 (зокрема нульового), величини d^0 , при чому для цього потоку визначається множина C^0 . Якщо $t \notin C^0$, то потік x^0 є максимальним, в іншому випадку можна знайти $\theta^0 > 0$ та новий потік $x^1 = \{x_{ij}^1, (i, j) \in U\}$ величини $d^1 = d^0 + \theta^0$. Для нового потоку цей цикл операцій повторюється і т. д.

Процеси визначення C^k та θ^k об'єднуються в один процес «розставлення позначок» вершин. Позначка $\mu(i)$ довільної вершини i складається з двох чисел N_i та θ_i . Ці числа означають, що вздовж певного ланцюга, останнім ребром якого є $[|N_i|, i]$, можна додатково доставити θ_i одиниць потоку з вершини s до вершини i .

Дамо детальний виклад алгоритму, вважаючи, що відомий припустимий потік x (зокрема нульовий).

Крок 1 (процес розставлення позначок). На цьому кроці кожна з вершин належить до одного з трьох типів:

- непозначена;
- позначена і непроглянута;

– позначена і проглянута.

Спочатку всі вершини позначені.

Позначимо вершину s позначкою $\mu(s) = (+s, \theta_s = \infty)$, що означає: можна послати потік з вершини s у саму себе не обмеженої величини.

Тепер вершина s позначена і непроглянута.

Взагалі, нехай j – позначена і непроглянута вершина, $\mu(j) = (+i, \theta_j)$ або $\mu(j) = (-i, \theta_j)$ – її позначка. Розглядаємо ще позначені вершини $k : (j, k) \in U$, і $x_{jk} < r_{jk}$. Кожній з таких вершин приписуємо позначку $\mu(k) = (+j, \theta_k)$, де $\theta_k = \min\{\theta_j, r_{jk} - x_{jk}\}$. Розглядаємо ще позначені вершини $k : (k, j) \in U$, і $x_{kk} > 0$. Кожна з таких вершин одержує позначку $\mu(k) = (-j, \theta_k)$, де $\theta_k = \min\{\theta_j, x_{kj}\}$.

Усі вершини k , які одержали позначки, тепер позначені і непроглянуті, а вершина j – позначена і проглянута.

Продовжуємо приписувати позначки позначеним вершинам доти, поки або вершина t виявиться позначеною, або не можна буде позначити жодної вершини, і вершина t виявиться позначеною.

У другому випадку існуючий потік x – максимальний, а множина позначених вершин S^* визначає мінімальний розріз мережі.

У першому випадку існуючий потік x на кроці 2 можна збільшити.

Крок 2 (збільшення потоку). Нехай $\mu(t) = (+k, \theta_t)$ або $\mu(t) = (-k, \theta_t)$ – позначка вершини t . Це означає, що існуючий потік з s в t можна збільшити на величину θ_t . Для цього в першому випадку замінюємо x_{kt} на $x_{kt} + \theta_t$, у другому – x_{tk} замінюємо на $x_{tk} - \theta_t$.

Переходимо до вершини k і виконуємо аналогічні операції, змінюючи величину потоку на ту ж величину θ_t . Продовжуємо ці дії, поки не досягнемо вершини s . Після цього ліквідуємо позначки всіх вершин і переходимо до кроку 1.

У результаті застосування такого підходу до задач пошуку максимального матеріального потоку в побудованих раніше (s, t) -мережах отримано розв'язок, який наведено на рис. 1. Пара чисел, показаних на ребрах графа, означає максимальні пропускні спроможності ребер

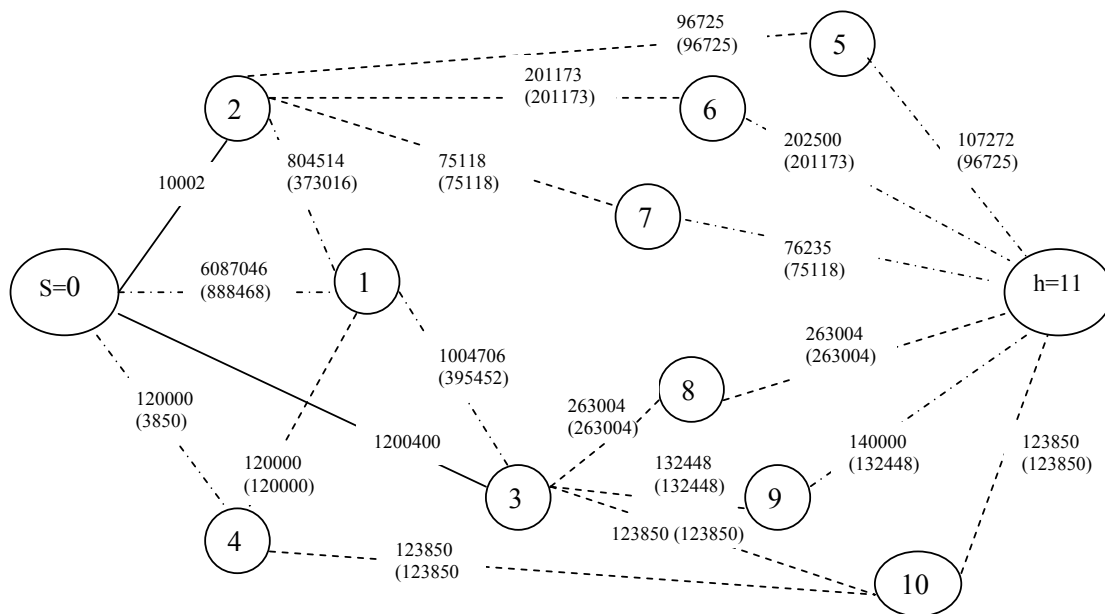


Рис. 1. Максимальний матеріальний потік на «ПАТ «Дніпровський металургійний комбінат ім. Дзержинського» у 2010 р. (тис. грн)

і (у дужках) обсяг поставки товару між членами ринкової структури.

Проаналізуємо отримані результати з математичної та економічної точок зору.

На основі розрахунків виявлено, що в розглянутих прикладах руху матеріальних ресурсів при прийнятті рішень про відвантаження, забезпечені не всі потреби ланок ланцюгів постачань.

Ланцюги «виробник – склад готової продукції» та «виробник – транспортний вузол 2» не використовуються (ребра $(0,1)$ та $(0,3)$). А ланцюги від усіх транспортних вузлів до споживачів та ланцюг «склад – транспортний вузол 3» є насиченими (ребра $(1,4)$, $(2,5)$, $(2,6)$, $(2,7)$, $(3,8)$, $(3,9)$, $(4,10)$).

Насиченими також виявилися дуги $(8,11)$, $(10,11)$. Це свідчить про максимальне задоволення попиту споживачів G та K за рахунок потужностей виробника A. Кінцевий попит решти споживачів, ймовірно, був забезпечений із залученням інших виробників. Вантаж до транспортного пункту 3 і до транспортного пункту 2 надходить з транспортного вузла 1 через склад В. Цей факт дає змогу зробити висновок про недоцільність використання складу В як транспортного пункту між виробником і транспортними вузлами.

Максимальний потік товару від виробника до усіх споживачів, що розглядаються, складає 892318 тис. грн.

Таким чином, склад готової продукції може бути виключеним із мережі розподілу матеріального потоку, що дозволить скоротити логістичні витрати. Для того, щоб задовольнити усіх споживачів, необхідно або збільшити пропускні спроможності ланок відповідних ланцюгів, або залучити додаткового перевізника.

Наведений алгоритм надає також дані для планування руху намічених товаропотоків.

Висновки. У цій статті нами зазначалося, що визначення ефективності управління поточковими процесами має спиратися на встановлення причинно-наслідкових зв'язків і закономірностей, властивих процесу товароруку, з ме-

тою визначення і реалізації на практиці ефективних організаційних форм і методів управління матеріальними потоками.

Проведені дослідження показали, що уникнути недоліків, притаманних традиційним методам управління матеріальними ресурсами можливо за допомогою методу лінійного програмування. Застосування методу Форда – Фалкерсона та модифікація економіко-математичної моделі про максимальний потік дозволяє виділити фіктивні зв'язки між складовими процесу обігу матеріальних потоків, сформулювати зрозумілий для менеджера критерій оптимізації, що відрізняється від прийнятих у класичній теорії управління матеріальними ресурсами. Результати дослідження можуть бути використані для подальшого аналізу руху матеріальних потоків та виявлення закономірностей товарообігу між учасниками ринку.

Список використаної літератури

1. Бутрин А.Г. Управление материальными, финансовыми и информационными потоками на промышленном предприятии: монография / А.Г. Бутрин. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1999. – 108 с.
2. Ермолович А.Н. Анализ эффективности хозяйственной деятельности промышленных объединений и предприятий: монография / А.Н. Ермолович. – Минск, 1988. – 299 с.
3. Мокроусова Т.О. Фактори підвищення ефективності використання матеріально-технічних ресурсів / Т.О. Макроусова // Формування ринкових відносин в Україні. – 2005. – № 5. – С. 279–288.
4. Райнхард Юнеманн. Материальные потоки и логистика / Райнхард Юнеманн. – Берлин: Изд-во Шпингер, 1989. – 275 с.
5. Ревенко Н.Г. Управление ресурсами промислових підприємств в умовах перехідного періоду: монография / Н.Г. Ревенко. – К.: Бюлетень Вищої атестаційної комісії України, 2000. – 256 с.

6. Ришар Ж. Аудит и анализ хозяйственной деятельности предприятий / Ж. Ришар. — М: «Аудит», 1997. — 392 с.

7. Семенов Г.А. Удосконалення організації матеріально-технічного забезпечення на підставі логістики: монографія / Г.А. Семенов, М.Г. Гиля. — Запоріжжя: КПУ; ЗЦНТЕІ, 2008. — 328 с.

8. Синк Д. Скотт. Управление производительностью: планирование, измерение и оценка. Контроль и повышение / Синк Д. Скотт; пер. с англ. — М.: Прогресс, 1989. — 180 с.

9. Томас Х. Кормен. Алгоритмы: построение и анализ = INTRODUCTION TO ALGORITHMS. — 2-е изд. / Томас Х. Кормен и др. — М.: Вильямс, 2006. — 1296 с.

10. Травкін Л.В. Оцінювання ефективності управління підприємством на основі універсальних логістичних моделей / Л.В. Травкін // Актуальні проблеми економіки. — 2008. — № 8(59). — С. 127–130.

В статье предложена экономико-математическая модель расчета максимального потока материальных ресурсов между обозначенными членами рынка на основе метода Форда — Фалкерсона. Исследовано движение материальных потоков между участниками рынка, определены связи между составляющими процесса обращения материальных потоков.

Ключевые слова: *экономико-математическое моделирование; промышленное предприятие; материальный поток; максимальный поток.*

This article is offered the economic and mathematical model of calculation of maximal material resources stream between the distinguished members of market on the basis of Ford-Falkerson method. The author traced motion of material streams between the participants of market, defined connections between the constituents of material streams circulation.

Key words: *economic and mathematical modeling; industrial enterprise; material stream; maximal stream.*

Надійшло до редакції 15.09.2011