

Ф І Н А Н С И

УДК 336.763.268

І.М. БЕРШАДСЬКА, старший викладач
Дніпропетровського університету економіки та права

МОДЕЛЬ МАРКОВІЦА ЯК ОСНОВА ПОБУДОВИ АЛГОРИТМУ ФОРМУВАННЯ ЕФЕКТИВНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

Статтю присвячено розробці алгоритму формування ефективного, за Марковіцем, портфеля фінансових інструментів та обґрунтуванню доцільності його використання компаніями з управління активами пайових інвестиційних фондів.

Ключові слова: модель Марковіца, портфель фінансових інструментів, коваріаційна матриця, ризик, доходність, фінансовий інструмент, пайовий інвестиційний фонд.

Постановка проблеми. В умовах активного розвитку інститутів спільного інвестування, зокрема пайових інвестиційних фондів, особливої актуальності набуває проблема формування ефективного портфеля фінансових інструментів.

Сучасна теорія управління портфелем, яка запропонована Г. Марковіцем, стверджує, що формування портфеля з великої кількості малокорельюючих активів зменшує його ризик або стандартне відхилення від очікуваного прибутку. Але в процесі формування портфеля фінансових інструментів коваріація має набагато більш вагомий вплив, ніж індивідуальна волатильність окремих інструментів, тому доцільно включати в портфель фінансові інструменти з від'ємною кореляцією [1].

Остання фінансова криза продемонструвала високий ступінь залежності між більшістю активів, що загострює потребу у фінансових інструментах з від'ємною і низькою кореляцією.

Незважаючи на те, що фондові та фінансові ринки починають відновлювати свої докризові показники, компанії з управління активами продовжують відчувати нестабільність свого фінансового стану та брак ресурсів для відшкодування збитків, які були пов'язані не лише з інвестиційною діяльністю, але і з вилученням інвесторами своїх активів з інвестиційних фондів. Відсутність стабільності функціонування вітчизняної економі-

ки спонукає до припущення, що кризові явища, які нещодавно відбулися на фондовому ринку, можуть повторитися, на чому наголошують теорії циклічності розвитку економічних процесів.

Нині ринок спільного інвестування в Україні характеризується такими тенденціями:

1. Збільшення кількості венчурних інститутів спільного інвестування, для яких характерна відсутність регламентованих законом норм диверсифікації активів та специфічна інвестиційна стратегія, що передбачає проведення операції із високоризиковими фінансовими інструментами.

2. Збільшення кількості пайових інвестиційних фондів в управлінні окремої компанії з управління активами, що зумовлює необхідність реалізовувати різноманітні інвестиційні стратегії і формувати множину портфелів фінансових інструментів з різними критеріями щодо максимального ступеня ризику та очікуваного рівня доходності.

3. Збільшення гепу між показниками доходності фінансових інструментів різних видів та типів, що має особливе значення при формуванні портфеля фінансових інструментів, адже категорія доходності завжди тісно пов'язана зі ступенем ризику, який супроводжує отримання бажаної суми доходу.

4. Збільшення частки «неякісних» фінансових інструментів в активах ін-

ститутів спільного інвестування, що значно підвищує небезпеку банкрутства, а тому актуалізує необхідність удосконалення процедури і якості оцінки цих інструментів.

5. Зростання конкуренції на ринку спільного інвестування, що змушує інституційних інвесторів особливу увагу приділяти процесу формування портфелів фінансових інструментів.

Таким чином, питання диверсифікації портфеля фінансових інструментів являє собою складний процес формування і оптимізації його структури і набуває особливої актуальності в сучасних умовах ризику і невизначеності вітчизняного фондового ринку.

Оскільки пайовий інвестиційний фонд за економічною сутністю являє собою портфель фінансових інструментів, то одним з найголовніших завдань управління ним є завдання формування ефективного, згідно з критеріями ризику та прибутковості, портфеля фінансових активів. З метою формування ефективного інвестиційного портфеля розглянемо можливості використання економетричних моделей, а саме моделі Марковіца, завдяки якій розробимо алгоритм побудови ефективного, з огляду на мінімальну дисперсію доходності, портфеля фінансових активів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасна портфельна теорія, принципи якої вперше було сформульовано в 50-х роках Г. Марковіцем, а потім доповнені Д. Тобіном, У. Шарпом та іншими дослідниками, являє собою механізм оптимізації сформованого портфеля фінансових інструментів за заданими критеріями співвідношення рівня його очікуваної прибутковості і ризику з урахуванням забезпечення кореляційного зв'язку прибутковості окремих фінансових інструментів між собою [1]. У складі статистичних методів оптимізації портфеля, розглянутих цією теорією, особлива увага приділяється визначенню:

1. Середньоквадратичного відхилення, або дисперсії, прибутковості окремих фінансових інструментів, які входять до складу портфеля фінансових інструментів.

2. Коваріації і кореляції, що вимірюють характер зв'язку між показниками прибутковості цих інструментів.

3. Коефіцієнта «бета», що вимірює систематичний ризик окремих складових портфеля фінансових інструментів.

Мета дослідження. Метою дослідження є побудова на основі моделі Марковіца конструктивного математичного алгоритму формування ефективного портфеля фінансових інструментів, а також обґрунтування доцільності його використання в процесі управління пайовими інвестиційними фондами.

Результати дослідження. Спираючись на модель Марковіца, окреслимо етапи алгоритму формування портфелів фінансових інструментів:

1. Інвестиційний портфель складається з n кількості фінансових інструментів, тобто перший елемент моделі Марковіца – список активів, що знаходяться в обігу, A – складається з n елементів:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}. \quad (1)$$

2. Оцінка методом найменших квадратів ринкової моделі активів зі списку спирається на статистичну інформацію, а саме на динаміку доходності кожного з них. Модель доходності активу a_i будується шляхом регресії активу на будь-який ринковий індекс r_{ind} . Таким чином, отримуємо такі оцінки цих моделей для кожного окремого активу a_i :

$$\begin{cases} r(a_i) = \alpha_i + \beta_i r_{ind} + u_i \\ \sigma_{\alpha_i} \sigma_{\beta_i} \sigma_{u_i} \\ 0 \leq R^2 \leq 1 \end{cases}. \quad (2)$$

3. Розрахунок оцінки очікуваного значення показника r_{ind} та дисперсії σ_{ind}^2 випадкової змінної r_{ind} проводиться з урахуванням розмірностей, а саме: r_{ind} має розмірність відсотків, а дисперсія σ_{ind}^2 – відсотків у квадраті. Таким чином, оцінка очікуваної доходності $r(a_i)$ фінансових активів матиме вигляд:

$$\overline{r(a_i)} = \tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i \overline{r_{ind}}. \quad (3)$$

Підкреслимо, що значення очікуваної доходності активів являють собою кількісні характеристики їх привабливості, тобто чим вище очікувана доходність фінансового активу, тим привабливіший цей актив для інвестора.

4. Оцінку дисперсії доходності активів визначають за допомогою коефіцієнтів $\tilde{\beta}_i$ ринкових моделей, середньоквадратичних відхилень $\tilde{\sigma}_{u_i}$, випадкових залишків та величини $\tilde{\sigma}_{ind}^2$:

$$\tilde{\sigma}^2(a_i) = \tilde{\beta}_i^2 \tilde{\sigma}_{ind}^2 + \tilde{\sigma}_{u_i}^2. \quad (4)$$

Показник дисперсії доходності фінансових активів у теорії фінансів інтерпретується як кількісна характеристика ризику інвестування капіталу в ці активи, отже, чим вище дисперсія доходності фінансового інструменту, тим вище притаманний йому ризик. Таким чином, зростання дисперсії доходності активу зменшує його привабливість для інвестора, адже зростання ризику інвестування має бути компенсовано збільшенням доходності.

5. Матриця коваріацій доходності фінансових інструментів визначається на основі коефіцієнтів $\tilde{\beta}_i$ ринкових моделей та величини $\tilde{\sigma}_{ind}^2$:

$$Cov(\bar{r}(A), \bar{r}(A)). \quad (5)$$

Ці показники мають розмірність відсотків у квадраті і виконують функцію кількісних характеристик взаємозв'язку доходності фінансових активів. Необхідно підкреслити, що додане значення коваріацій доходності свідчить про доданий взаємозв'язок між значеннями доходності фінансових інструментів, що має несприятливий вплив на диверсифікацію інвестиційного портфеля, який містить ці інструменти, адже зменшення доходності одного або кількох фінансових інструментів не буде компенсоване збільшенням доходності інших фінансових інструментів, складових інвестиційного портфеля. У випадку включення в портфель боргових цінних паперів ступінь їх кореляції з іншими інструментами портфеля, що мають нерівномірну динаміку доходності, дорівнювати-

ме нулю, і матриця коваріацій міститиме нульові значення.

Наведений вище алгоритм надає необхідну інформацію для складання моделі Марковіца:

$$\{A, \bar{r}(A), Cov(\bar{r}(A), \bar{r}(A))\}. \quad (6)$$

Розглянемо детально компоненти цієї моделі:

1. $\bar{r}(A)$ – вектор показників очікуваної доходності фінансових інструментів протягом визначеного періоду інвестування:

$$\bar{r}(A) = \begin{pmatrix} \bar{r}(a_1) \\ \bar{r}(a_2) \\ \bar{r}(a_3) \\ \dots \\ \bar{r}(a_n) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

2. $Cov(\bar{r}(A), \bar{r}(A))$ – коваріаційна матриця вектора

$$\bar{r}(A) = (r(a_1), r(a_2), r(a_3), \dots, r(a_n))^T.$$

Відзначимо, що модель Марковіца базується на наборі кількісних характеристик випадкового вектора $\bar{r}(A)$ доходності фінансових активів зі списку А.

Для формування ефективного, за Марковіцем, портфеля фінансових інструментів зі списку А припустимо, що в розпорядженні інвестора є певна сума коштів V_0 , яку він розраховує інвестувати у фінансові інструменти на певний період часу і отримати доход V_1 . Отже, фактично портфель n активів, що входять у список А – це набір з деяких кількостей $\bar{q} = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$ фінансових інструментів.

Математично портфель фінансових інструментів виглядатиме як набір $\bar{x}_q = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ часток капіталу V_0 , які інвестуються у фінансові інструменти.

Таким чином, маючи інформацію щодо набору \bar{q} , можна розрахувати набір \bar{x}_q і навпаки. Якщо відомий набір \bar{q} , компонента x_i набору \bar{x}_q може бути визначена за формулою:

$$x_i = \frac{q_i p_0(a_i)}{V_0} = \frac{V_0(a_i)}{V_0}, \quad (8)$$

де $p_0(a_i)$ – ціна фінансового інструменту a_i на початок інвестування в нього коштів.

І навпаки, якщо відомий набір \bar{x}_q , наведена формула дозволяє визначити набір \bar{q} . Отже, математично задачі визначення портфеля фінансових інструментів через \bar{q} і через \bar{x}_q є рівноцінними, але, на наш погляд, більш доцільно визначити портфель фінансових інструментів через \bar{x}_q , адже $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 1$ [2].

Доходність r_p портфеля фінансових інструментів за період інвестування має такий економічний зміст:

$$r_p = \frac{V_1 - V_0}{V_0} 100, \quad (9)$$

і може бути обчислена за формулою:

$$r_p = x_1 r(a_1) + x_2 r(a_2) + x_3 r(a_3) + \dots + x_n r(a_n) = \bar{x}_p^T \bar{r}(A). \quad (10)$$

Кожному фінансовому інструменту притаманний певний ступінь ризику, а відповідно, і портфель фінансових інструментів також є ризиковим активом, інвестиційні характеристики якого, такі як доходність \bar{r}_p і ступінь ризику σ_p , визначаються таким чином:

$$\bar{r}_p = x_1 \bar{r}(a_1) + x_2 \bar{r}(a_2) + x_3 \bar{r}(a_3) + \dots + x_n \bar{r}(a_n) = \bar{x}_p^T \bar{r}(A), \quad (11)$$

$$\sigma_p^2 = \bar{x}_p^T \text{Cov}(\bar{r}(A), \bar{r}(A)) \bar{x}_p. \quad (12)$$

Ефективним, за Марковіцем, є портфель фінансових інструментів, якому притаманний мінімальний ступінь ризику, позначимо його \bar{x}_{p_E} . Пропонуємо визначити такий портфель шляхом розв'язання такої задачі квадратичного програмування на умовний екстремум:

$$\begin{cases} \sigma_p^2 \rightarrow \min; \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 1; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \end{cases} \quad (13)$$

Якщо середньоквадратичне відхилення доходності, тобто ступінь ризику, портфеля \bar{x}_{p_E} позначити як σ_{p_E} і задати σ_0 як будь-яке значення ризику, що є не меншим за σ_{p_E} , тобто $\sigma_0 \geq \sigma_{p_E}$, то можна сформулювати визначення ефективного портфеля. Портфель фінансових інструментів є ефективним, якщо його очікувана доходність максимальна, а ступінь ризику σ_p обмежений σ_0 .

Висновки. Підсумовуючи вищенаведений математичний апарат отримуємо висновок, що ефективний портфель фінансових інструментів визначається шляхом розв'язання на умовний екстремум такої задачі квадратичного програмування:

$$\begin{cases} \bar{r}_p \rightarrow \max; \\ \sigma_0^2 \geq \sigma_p^2; \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 1; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \end{cases} \quad (14)$$

Якщо цю задачу розв'язувати при різних показниках σ_0 , що знаходяться в інтервалі $[\sigma_{p_E}, \max \bar{\sigma}(a_i)]$, то можна визначити множину X_E усіх ефективних портфелів фінансових інструментів [2]. З визначеної множини інвестор може обрати портфель фінансових інструментів, який відповідає ступеню його толерантності до ризику. Щоб отримати ефективний, за Марковіцем, портфель фінансових інструментів одразу, інвестор або компанія з управління активами пайового інвестиційного фонду, має на передінвестиційному етапі визначити допустимий ступінь ризику і задати рівень волатильності портфеля в початковій моделі.

Удосконалення механізму формування портфеля фінансових інструментів складається з таких етапів:

1. Діагностика ефективності існуючої структури портфеля.

2. Оцінка і аналіз інвестиційно привабливих фінансових інструментів згідно з критеріями ризику та доходності.

3. Визначення мети та завдань формування і використання активів інститутів спільного інвестування.

4. Формування згідно з критеріями ризику та доходності ефективного портфеля фінансових інструментів або оптимізація існуючого портфеля.

5. Моніторинг ефективності оптимізованої структури інвестиційного портфеля.

Інвестиційна діяльність інститутів спільного інвестування в умовах економічної нестабільності несе в собі значні ризики і тому потребує більш детального

аналізу процесу формування та управління портфелями фінансових інструментів. В умовах нестабільної економічної ситуації змінюються критерії відбору інвестиційно привабливих активів, актуальності набувають показники, що характеризують надійність активів, дозволяють оцінити рівень ризику на одиницю доходу, що обґрунтовує доцільність використання запропонованого математичного апарату формування ефективного портфеля фінансових інструментів.

Статья посвящена разработке алгоритма формирования эффективного, по Марковицу, портфеля финансовых инструментов и обоснованию целесообразности его использования компаниями по управлению активами паевых инвестиционных фондов.

Ключевые слова: модель Марковица, портфель финансовых инструментов, ковариационная матрица, риск, доходность, финансовый инструмент, паевой инвестиционный фонд.

The article is devoted to major aspects of improving the mechanism of formation financial assets of funds basing on Markovits model. The author proposed the approaches to optimize the structure of portfolio for investment funds development.

Key words: Markowitz Model, financial instruments portfolio, covariance matrix, risk, profitability, financial instrument, mutual fund.

Надійшло до редакції 20.09.2010

Список використаної літератури

1. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М.: ИНФРА-М, 2006. – XII. – 1028 с.

2. Shephard N. Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility / N. Shephard. – In Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields. L.: Chapman&Hall, 1996.